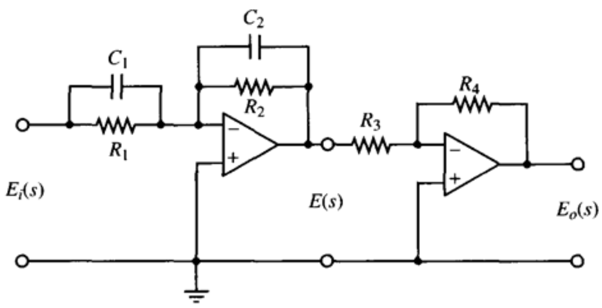
Compensación en adelanto

Compensador electrónico en adelanto con amplificadores operacionales



$$\frac{E_0(s)}{E_i(s)}=\frac{R_2R_4}{R_1R_3}\,\frac{R_1C_1+1}{R_2C_2+1}=\frac{R_4C_1}{R_3C_2}\,\frac{s+\dfrac{1}{R_1C_1}}{s+\dfrac{1}{R_2C_2}}=K_c\alpha\,\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}=K_c\,\frac{s+\dfrac{1}{T}}{s+\dfrac{1}{\alpha T}}$$

$$T=R_1C_1, \qquad \alpha T=R_2C_2, \qquad \alpha=\frac{R_2C_2}{R_1C_1}<1$$

$$K_c\alpha=\frac{R_2R_4}{R_1R_3}, \qquad K_c=\frac{R_4C_1}{R_3C_2}$$

Esta red tiene una ganancia en cd de $K_c\alpha$
Es una red de adelanto si $R_1C_1>R_2C_2$.

Técnicas de compensación de adelanto

Para compensar en adelanto el sistema debe de tener características de la respuesta transitoria no satisfactorias.

Esto es, que los polos dominantes de lazo cerrado no se encuentran sobre el lugar de las raíces del sistema original.

Procedimiento de diseño de adelanto

1. A partir de las especificaciones de desempeño, determine la ubicación deseada para los polos dominantes en lazo cerrado.

2. Verifique si el punto deseado pertenece al lugar de las raíces, sino pertenece, determine el ángulo necesario (ϕ_m) que deberá contribuir el compensador en adelanto para que el punto deseado pertenezca al lugar de las raíces.

3. Determine la ubicación del polo y del cero del compensador de adelanto, para que este contribuya al ángulo ϕ_m necesario.

4. Con la ubicación del polo y del cero del compensador se determina los parámetros $\alpha \ y \, T$

5. La ganancia K_c del compensador se determina a partir de la condición de magnitud, a fin de que los polos dominantes en lazo cerrado se encuentren en la ubicación deseada.

Ejemplo 1

La función de transferencia de lazo abierto de un sistema de control

$$G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$$

Se desea que el sistema tenga una relación de amortiguamiento $\zeta = 0.5$ y una frecuencia natural no amortiguada $\omega_n = 4\, rad/seg$.

Sistema original

Ecuación característica

$$1 + G(s)H(s) = 1 + \frac{4}{s(s+2)} = s^2 + 2s + 4 = (s + 1 - j1.732)(s + 1 + j1.732) = 0$$

donde

$\zeta\omega_n = 1$ y $\omega_d = 1.732$ entonces $\zeta = 0.5$ y $\omega_n = 2$ estas son las características transitorias originales,

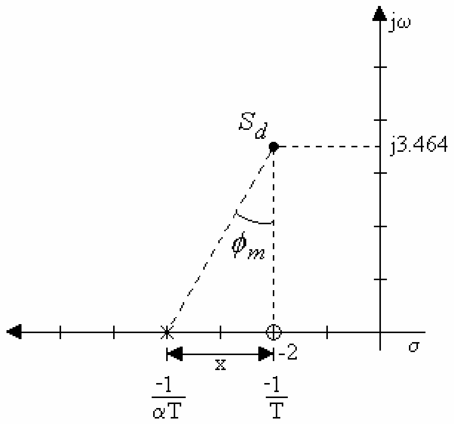
El punto deseado

$\zeta = 0.5$ y $\omega_n = 4$ nos da $\zeta\omega_n = 2$ y $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 3.464$ las raíces serían $s_d = -2 \pm j3.464$

Aplicando la condición de ángulo en el punto deseado

$$-\angle s - \angle s + 2 = -120° - 90° = -210°$$

Se necesita un compensador en adelanto que proporcione 30°, para que el punto deseado este sobre el lugar de las raíces. $(\phi_m = 30°)$



Se coloca el cero por debajo del punto deseado

$$-\frac{1}{T} = -2$$

Y el polo

$$\tan\phi_m = \frac{x}{3.464} \qquad x = 2$$

$$-\frac{1}{\alpha T} = -4$$

El compensador en adelanto sería

$$G_c(s) = \frac{s+2}{s+4} K_c$$

El sistema compensado sería

$$G(s)G_c(s)=\left(\frac{4}{s(s+2)}\right)\left(\frac{s+2}{s+4}K_c\right)$$

Con la condición de magnitud

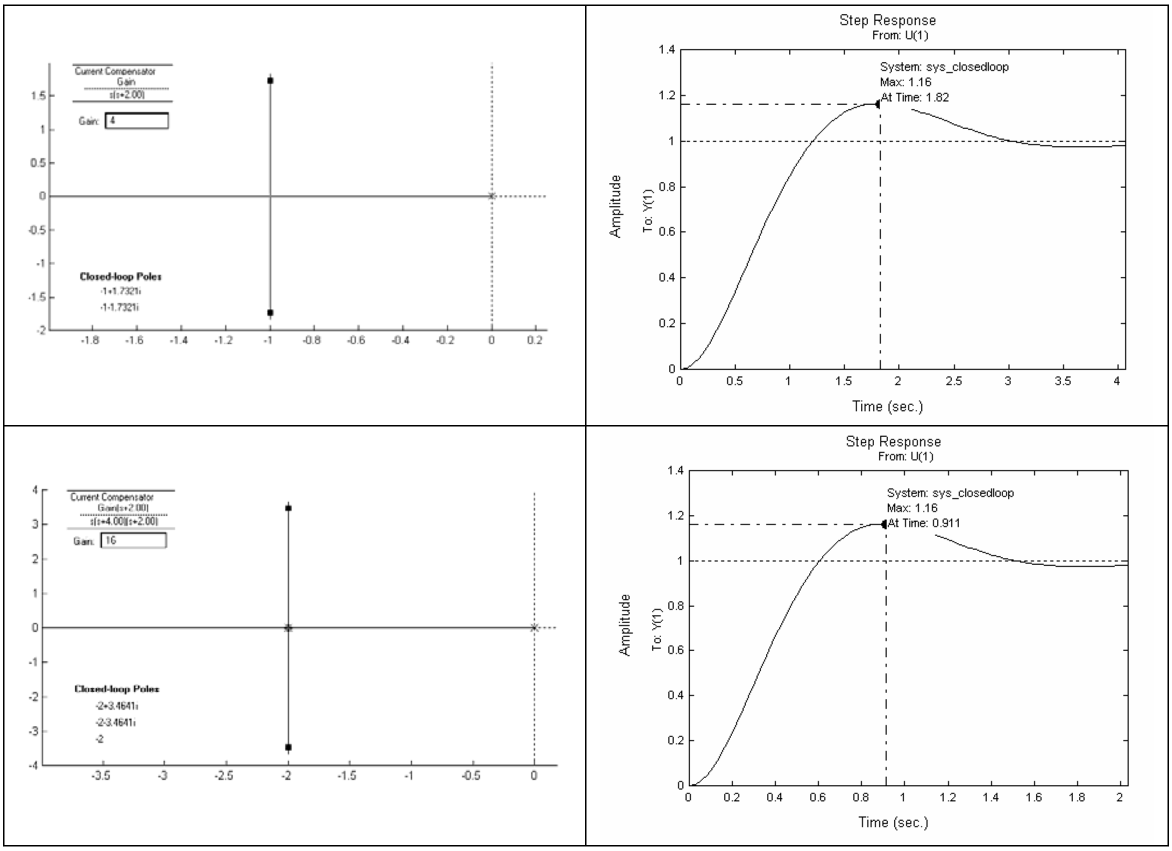
$$K_c=\left.\frac{|s||s+2||s+4|}{4|s+2|}\right|_{S_d}=\frac{(4)(3.464)(4)}{4(3.464)}=4$$

Por lo tanto

$$G(s)G_c(s)=\left(\frac{4}{s(s+2)}\right)\left(\frac{s+2}{s+4}\right)(4)$$

El coeficiente estático de error de velocidad es

$$K_v=\lim_{s\to 0}sG(s)G_c(s)=\lim_{s\to 0}s\left(\frac{4}{s(s+2)}\right)\left(\frac{s+2}{s+4}\right)(4)=4\ seg^{-1}$$



Ejemplo 2
(doble compensador en adelanto)

La función de transferencia de lazo abierto de un sistema de control es

$$G(s)=\frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

Se desea que el sistema cumpla con las siguientes especificaciones, la relación de amortiguamiento $\zeta=0.6$ *y la frecuencia natural no amortiguada* $\omega_n=2.5$

Sistema original

$$K_v=\lim_{s\to 0} sG(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{s(s+1)(s+2)}=0.5\,seg^{-1}$$

La ecuación característica es

$$1+\frac{1}{s(s+1)(s+2)}=s^3+3s^2+2s+1=(s+0.338+j0.562)(s+0.338-j0.562)=0$$

Entonces el punto deseado es

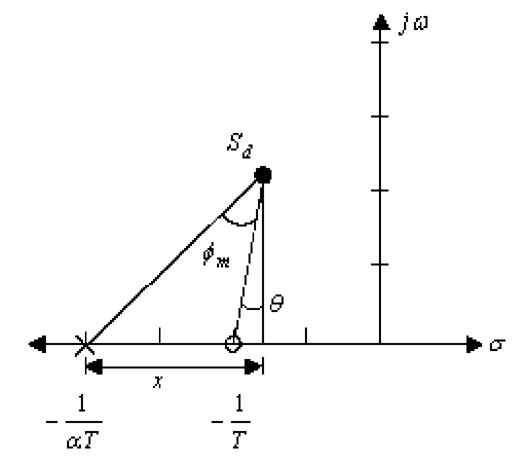
$$s_d=-\zeta\omega_n+j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \qquad s_d=-1.5+j2$$

Por la condición de ángulo

$$-\angle(s)-\angle(s+1)-\angle(s+2)=-126.87°-104.036°-75.964°=-306.87°$$

Se necesitan 126.87° para que el punto deseado este sobre el lugar de las raíces, se utilizarán 2 compensadores en adelanto cada uno aportando la mitad del ángulo necesario.

$$\phi_m=\frac{126.87°}{2}=63.435°$$



Se ubica al cero del compensador en -2

$$-\frac{1}{T}=-2$$

El polo se ubicará en

$$\tan\theta=\frac{0.5}{2} \qquad \theta=14.036°$$

$$\tan(63.435°+14.036°)=\frac{x}{2}=4.5$$

$$x=9$$

$$-\frac{1}{\alpha T}=-10.5$$

El compensador será

$$G_c(s) = \left(\frac{s+2}{s+10.5}\right)^2 K_c$$

El sistema compensado en adelanto sería

$$G(s)G_c(s) = \left(\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right)\left(\frac{s+2}{s+10.5}\right)^2 K_c$$

Se determina la ganancia K_c con la condición de magnitud

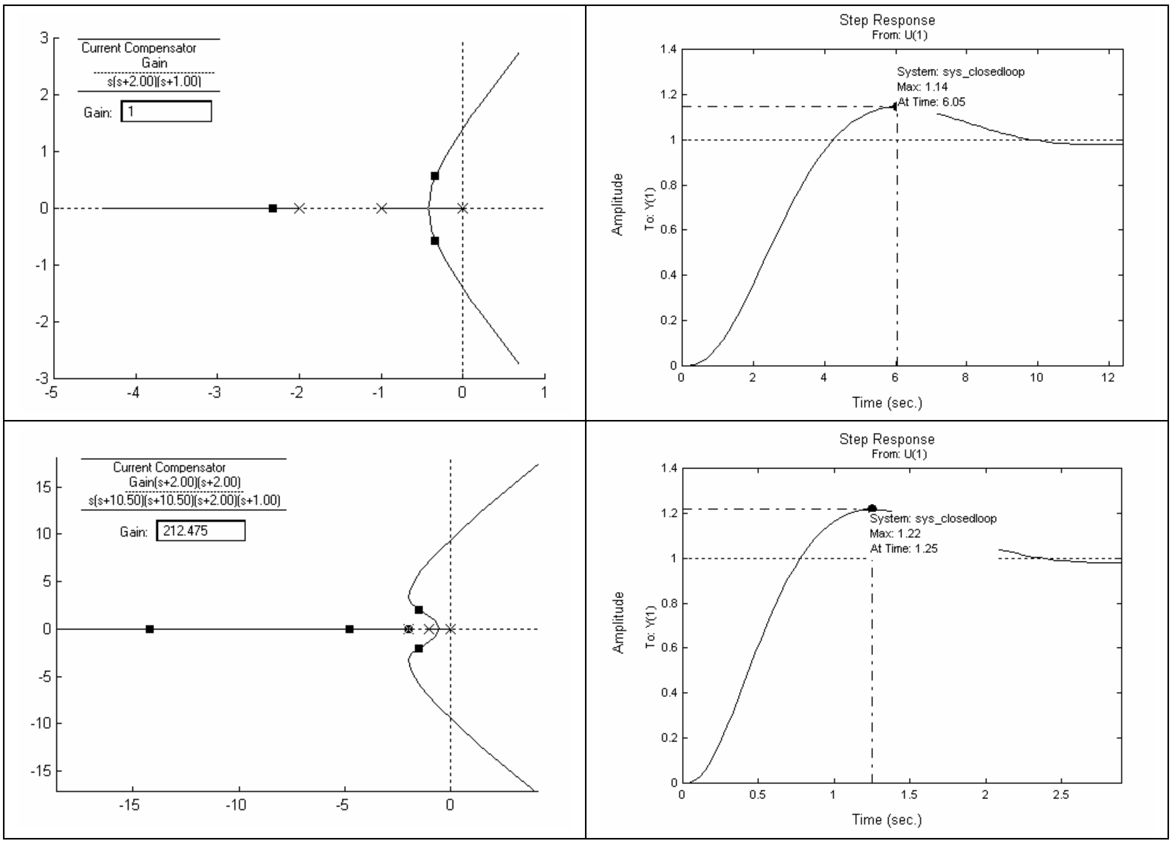
$$K_c = \left.\frac{|s||s+1||s+2||s+10.5|^2}{|s+2|^2}\right|_{S_d=-1.5+j2} = \frac{(2.5)(2.061)(2.061)(9.219)^2}{(2.061)^2} = 212.475$$

El sistema compensado en adelanto es

$$G(s)G_c(s) = \left(\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right)\left(\frac{s+2}{s+10.5}\right)^2 (212.475)$$

El coeficiente estático de error de velocidad es

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)G_c(s) = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right)\left(\frac{s+2}{s+10.5}\right)^2 (212.475) = 3.854\ seg^{-1}$$


Current Compensator
Gain
s(s+2.00)(s+1.00)
Gain: 1
Step Response
From: U(1)
System: sys_closedloop
Max: 1.14
At Time: 6.05
Amplitude
To: Y(1)
Time (sec.)
Current Compensator
Gain(s+2.00)(s+2.00)
s(s+10.50)(s+10.50)(s+2.00)(s+1.00)
Gain: 212.475
Step Response
From: U(1)
System: sys_closedloop
Max: 1.22
At Time: 1.25
Amplitude
To: Y(1)
Time (sec.)